

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»
(СПбГУПТД)

УТВЕРЖДАЮ
Директор ВШТЭ



Рабочая программа дисциплины

Б1.О.37

Теория графов

Учебный план: _____ ФГОС3++b010302-2_26-14.plx

Кафедра: 16 Прикладной математики и информатики

Направление подготовки: _____
(специальность) 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: _____
(специализация) Прикладная математика и информатика

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

План учебного процесса

Семестр (курс для ЗАО)		Контактная работа обучающихся		Сам. работа	Контроль, час.	Трудоё мкость, ЗЕТ	Форма промежуточной аттестации
		Лекции	Практ. занятия				
4	УП	17	34	57	36	4	Экзамен
	РПД	17	34	57	36	4	
Итого	УП	17	34	57	36	4	
	РПД	17	34	57	36	4	

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

старший преподаватель

Леонова Н.Л.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой прикладной математики и информатики

Ремизова И.В.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

Ремизова И.В.

Методический отдел:

Фахретдинова А. Р.

1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цель дисциплины:

- изучить классические алгоритмы решения оптимизационных задач на графах и сетях с применением различных приемов программирования;
- научиться строить новые модификации и комбинации известных алгоритмов для решения конкретных задач;
- научиться оценивать эффективность указанных алгоритмов.

1.2 Задачи дисциплины:

- дать навыки постановки и решения задач оптимизации на графах;
- научить выбору адекватных алгоритмов для решения вышеуказанных задач;
- отработать умения по программной реализации алгоритмов на персональном компьютере.

1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Знать: основы теории графов, способы классификации и виды графов направления развития теории графов новые технологии применения теории графов в теории игр, социологии, проектировании сетей и других прикладных задачах связи теории графов с другими предметами

Уметь: строить графовые модели, определять по условию задачи нужный для ее решения алгоритм; применять методы теории графов при решении задач на ЭВМ; формулировать цели исследования и совершенствования функционирования систем. Самостоятельно приобретать знания и применять теорию графов при решении задач на ЭВМ. Классифицировать задачи теории графов по степени сложности и применять соответствующие алгоритмы для решения задач.

Владеть: методами решения прикладных задач, основанных на построении графовых моделей; алгоритмами поиска наилучшего варианта решения прикладных задач; приемами исследования проблем области теории графов, возникающих в различных сферах человеческой деятельности. Навыками разработки и реализации наилучшего решения для поставленной задачи. Навыками постановки и формализации задач оптимизации и принятия решений при исследовании систем. Навыками решения оптимизационных задач теории графов и задач сетевого планирования.

ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

Знать: постановки стандартных задач в области теории графов и алгоритмы их решения; основы построения компьютерных моделей на графах; различные информационные технологии, используемые в теории графов; необходимые методы теории графов для успешного изучения других дисциплин специализации.

Уметь: решать задачи теоретического и прикладного характера из различных сфер применения теории графов; строить модели объектов и понятий на основе теории графов.

Владеть: навыками алгоритмизации основных задач теории графов; методами доказательства утверждений теории графов

3 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий	Семестр (курс для ЗАО)	Контактная работа		СР (часы)	Форма текущего контроля
		Лек. (часы)	Пр. (часы)		
Раздел 1. Теория графов	4				О
Тема 1. Основные понятия теории графов. Задача о Кенигсбергских мостах. Вершины, ребра, дуги графа. Ориентированные и неориентированные графы. Различные способы задания графов. Матрицы инцидентности и смежности. Число конечных графов (ориентированных и неориентированных) без кратных ребер. Подграфы и части графа. Теоретико-множественные операции над частями и подграфами графа.		2	4	4	
Тема 2. Гомоморфизм и изоморфизм графов. Гомоморфизм графов. Изоморфизм графов. Свойства отношения изоморфности. Инварианты при гомоморфизме и изоморфизме. Мультиграфы и их изоморфизм. Необходимое и достаточное условие изоморфности графов. Группа автоморфизмов графа.		2	4	3	
Тема 3. Двудольные и регулярные графы. Степени вершин и их сумма. Полные графы. Группа автоморфизмов полного графа. Двудольные графы. Регулярные графы.		2	2	4	
Тема 4. Операции над графами. Операции добавления вершины (ребра) к графу. Операции удаления вершины (ребра) графа. Отождествление вершин графа. Стягивание ребра графа. Дополнение графа и его свойства. Кольцевая сумма графов и её свойства. Соединение (сумма) графов и её свойства. Произведение графов. Свойства произведения графов. Композиция графов. Некоммутативность операции композиции графов.		2	2	2	
Раздел 2. Алгоритмы на графах					О

Тема 5. Связность в графах. Маршруты, цепи, циклы, простые цепи и циклы. Связность в графах. Сильно связанные графы. Связные компоненты. Задача Рамсея. Содержание треугольника в графе с 6 вершинами, либо в его дополнении. Число Рамсея. Точки сочленения, мосты и блоки. Критерий точки сочленения графа. Критерий моста графа. Критерий блока графа. Графы блоков. Графы точек сочленения. Расстояние в графах. Матрицы связности и достижимости. Эксцентриситет вершин, диаметр и радиус графа. Центральные и периферийные вершины. Центроиды. Существование центра в дереве. Эйлеровы графы. Построение эйлеровых циклов. Покрытия графов. Гамильтоновы графы. Теорема Поша о гамильтоновых графах.		2	6	8	
Тема 6. Деревья. Деревья и лес. Критерий дерева. Корневые деревья и оценка их числа. Схемы сборки. Остов графа. Деревья блоков. Деревья точек сочленения. Циклический и коциклический ранги графа. Равенство циклического ранга числу хорд остова графа. Реберная связность графа. Теорема Мергера. Взвешенные графы. Алгоритм нахождения остова графа наименьшего веса.		2	2	1	
Тема 7. Обходы и разрезы. Циклы и коциклы. Обходы графа по глубине и ширине. Фундаментальные циклы графов. Матрица фундаментальных циклов графа. Разрезы в графах. Свойства разрезов неориентированного связного графа. Фундаментальное множество коциклов графа. Матрица фундаментальных коциклов графа и её свойства. Реберные разрезы графа. Теорема Холла. Графическое разбиение числа. Критерий графичности разбиения числа.		2	2	14	
Тема 8. Раскраска графов. Раскраска графов по вершинам. Алгоритм раскраски графа. Задача о четырех красках. Раскраска ребер мультиграфа. Хроматическое число графа. Бихроматические графы. Критерий бихроматичности графа. Свойства бихроматического графа		2	6	12	
Тема 9. Планарные графы. Планарные графы. Теорема Понтрягина – Куратовского. Критерий планарности графа. Применение методов теории графов в решении различных задач.		1	6	9	
Итого в семестре (на курсе для ЗАО)		17	34	57	
Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)		2,5		33,5	

Всего контактная работа и СР по дисциплине		53,5	90,5	
--	--	------	------	--

4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

5 БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

Использование балльно-рейтинговой системы не предусмотрено.

6. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ, КРИТЕРИЕВ, СИСТЕМЫ И СРЕДСТВ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

6.1 Показатели оценивания

Код компетенции	Показатели оценивания результатов обучения
ОПК-1	1. Излагает базовые теоретические положения в области теории графов и алгоритмов; 2. Имеет представление об использовании основных законов теории графов в профессиональной деятельности при решении профессиональных задач; 3. Демонстрирует навыки построения графовых моделей профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.
ОПК-3	1. Излагает базовые понятия и результаты теории графов, теории вычислимости, теории автоматов и формальных языков. 2. Способен строить алгоритмы согласно основным теоремам и методам теории графов, теории вычислимости, теории автоматов и формальных языков для решения типовых задач 3. Демонстрирует навыки обоснования корректности алгоритмов, разрешимости или неразрешимости алгоритмических задач, анализа их вычислительной сложности..

6.2 Система и критерии оценивания

Шкала оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций	
	Устное собеседование	Письменная работа
5 (отлично)	Обучающийся показывает всестороннее и глубокое знание теоретических основ дисциплины, свободно ориентируется в основных понятиях, терминах и определениях при ответе; знаком с дополнительной литературой; способен проработать научно-исследовательскую литературу по темам дисциплины и грамотно изложить материал. Качество исполнения всех элементов практического задания полностью соответствует предъявляемым требованиям.	
4 (хорошо)	Обучающийся показывает знание теоретических основ дисциплины, свободно ориентируется в основных понятиях, терминах и определениях при ответе; знаком с дополнительной литературой; способен проработать научно-исследовательскую литературу по темам дисциплины и грамотно изложить материал, но допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы преподавателя. Практическое задание выполнено в соответствии с поставленной задачей. Имеются отдельные несущественные ошибки или отступления от правил	

	оформления.	
3 (удовлетворительно)	Обучающийся показывает неполное знание теоретических основ дисциплины, ориентируется в основных понятиях, терминах и определениях при ответе; не знаком с дополнительной литературой; может проработать научно-исследовательскую литературу по темам дисциплины, но не может грамотно и четко изложить материал, допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы преподавателя. Практическое задание выполнено полностью, но с существенными ошибками. При этом нарушены правила оформления.	
2 (неудовлетворительно)	Обучающийся не знает теоретических основ дисциплины, способен проработать научно-исследовательскую литературу по темам дисциплины, но не может грамотно и четко изложить материал, допускает ошибки при ответах на дополнительные вопросы преподавателя. Отсутствие одного или нескольких обязательных элементов практического задания, либо грубые ошибки в работе.	

6.3 Типовые контрольные задания и/или иные материалы, используемые для оценки результатов обучения

6.3.1 Типовые контрольные вопросы

№ п/п	Формулировки вопросов
Семестр 4	
1	Задача о Кенигсбергских мостах. Эйлеровы маршруты. Гамильтоновы маршруты.
2	Задача определения путей в графах. Алгоритм определения кратчайшего пути.
3	Подграфы. Операции над графами.
4	Матрицы смежности и инцидентий графа.
5	Связность в графах. Изоморфизм. Отношения на множествах и графах.
6	Степени графов . Характеристики графов.
7	Теория графов. Основные определения. Ориентированные и неориентированные графы. Маршруты в графах
8	Лемма о рукопожатиях
9	Теорема о вершинах с одинаковой степенью
10	Изоморфизм графов
11	Матричное представление графов
12	Удаление ребер и вершин, добавление ребер и вершин, отождествление вершин, расщепление вершин
13	Объединение, пересечение, произведение графов Гомеоморфные графы n-мерные кубы как особый класс графов. Коды Грея
14	Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Теорема о связи количества ребер, вершин и компонент связности в графе. Теорема о связности дополнения графа. Теорема о простом цикле.
15	Признаки двудольности графа. Распознавание двудольности поиском в ширину
16	Признаки дерева. Три способа построения остова. Алгоритм построения остова обходом графа в ширину. Алгоритм построения остова обходом графа в глубину
17	Фундаментальные циклы
18	Теорема о центре дерева
19	Теорема Кирхгофа о числе остовов
20	Теорема Кэли о числе помеченных деревьев. Алгоритм перевода дерева в последовательность
21	Поиск остова минимального веса. Алгоритм Краскала

22	Поиск остова минимального веса. Алгоритм Прима
23	Поиск остова минимального веса. Матричный алгоритм Прима
24	Числа вершинной и реберной связности. Теорема о точках сочленения
25	Алгоритм поиска точек сочленения
26	Теорема о связи чисел вершинной и реберной связности
27	Свойства двусвязных графов
28	Теорема Эйлера о связи чисел вершин, ребер и граней
29	Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$ Критерии планарности
30	Триангуляция графа. Теорема Фари. Гамма-алгоритм укладки графа на плоскости
31	Уникурсальные графы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флёрти построения эйлерова цикла. Эйлеров путь в графе
32	Лабиринты. Признаки гамильтонова графа
33	Оценки хроматического числа. Конструирование хроматического полинома. Теорема Кёнига о бихроматических графах
34	Алгоритм построения правильной раскраски. Теорема Хивуда о раскраске планарных графов. Раскраска карт. Теоремы Шеннона и Визинга о хроматическом классе
35	Оценки числа покрытия. Задача о наименьшем покрытии
36	Оценки кликового числа. Алгоритм выделения клик в графе
37	Теорема о наибольшем паросочетании. Алгоритм поиска максимального паросочетания. Матричный алгоритм поиска максимального паросочетания. Теорема о связи чисел Теорема Холла о совершенном паросочетании

6.3.2 Типовые тестовые задания

Не предусмотрено

6.3.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

- 1) Докажите, что сумма степеней всех вершин любого графа есть число четное, равное удвоенному числу ребер.
- 2) Докажите, что в любом графе число вершин нечетной степени четно.
- 3) Докажите, что в любом нетривиальном графе всегда найдутся по крайней мере две вершины с одинаковыми степенями.
- 4) Докажите, что если в нетривиальном графе порядка n имеются в точности две вершины с одинаковыми степенями, то в этом графе всегда найдется либо в точности одна вершина степени 0, либо в точности одна вершина степени $n - 1$.
- 5) Для каких n и d существует регулярный граф порядка n и степени d .
- 6) Докажите, что всякий цикл содержит простой цикл.

6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

6.4.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

6.4.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная ☐ + Письменная ☐ Компьютерное тестирование ☐ Иная ☐

6.4.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Время на подготовку ответа экзаменационного билета составляет 30 минут.

При проведении экзамена не разрешается пользоваться учебными материалами.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Учебная литература

Автор	Заглавие	Издательство	Год издания	Ссылка
7.1.1 Основная учебная литература				

Сагадеева, М. А.	Теория графов	Челябинск, Саратов: Южно-Уральский институт управления и экономики, Ай Пи Эр Медиа	2019	https://www.iprbookshop.ru/81497.html
Алексеев, В. Е., Таланов, В. А.	Графы и алгоритмы	Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа	2020	http://www.iprbookshop.ru/89434.html

7.1.2 Дополнительная учебная литература

В.П. Яковлев, Н.Л. Леонова	Практикум по дискретной математике : учеб. пособие	М-во науки и высшего образования РФ, С.-Петербург. гос. ун-т пром. технологий и дизайна, Высш. шк. технологии и энергетики. - Санкт-Петербург : ВШТЭ СПбГУПТД	2020	http://nizrp.narod.ru/metod/kafprklmatiif/dm_chast_2.pdf
Костюкова, Н. И.	Графы и их применение	Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа	2020	https://www.iprbookshop.ru/89435.html

7.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>
 Электронная библиотека ВШТЭ СПб ГУПТД [Электронный ресурс]. URL: <http://nizrp.narod.ru>
 Электронно-библиотечная система «Айбукс» [Электронный ресурс]. URL: <https://www.ibooks.ru/>
 Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам. [Электронный ресурс]. URL: http://window.edu.ru/catalog/?p_rubr=2.2.75.6

7.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

Microsoft Windows 8
 Microsoft Office Professional 2013

7.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория	Оснащение
Лекционная аудитория	Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска
Компьютерный класс	Мультимедийное оборудование, компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду