

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна»  
(СПбГУПТД)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ВШТЭ



## Рабочая программа дисциплины

**Б1.О.38**

Методы оптимизации

Учебный план: \_\_\_\_\_ ФГОС3++b010302-3\_24-14.plx

Кафедра: 16 Прикладной математики и информатики

Направление подготовки:  
(специальность) 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки:  
(специализация) Прикладная математика и информатика

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

### План учебного процесса

| Семестр<br>(курс для ЗАО) |     | Контактная работа обучающихся |                   | Сам.<br>работа | Контроль,<br>час. | Трудоё<br>мкость,<br>ЗЕТ | Форма<br>промежуточной<br>аттестации |
|---------------------------|-----|-------------------------------|-------------------|----------------|-------------------|--------------------------|--------------------------------------|
|                           |     | Лекции                        | Практ.<br>занятия |                |                   |                          |                                      |
| 5                         | УП  | 17                            | 51                | 111,75         | 0,25              | 5                        | Зачет                                |
|                           | РПД | 17                            | 51                | 111,75         | 0,25              | 5                        |                                      |
| Итого                     | УП  | 17                            | 51                | 111,75         | 0,25              | 5                        |                                      |
|                           | РПД | 17                            | 51                | 111,75         | 0,25              | 5                        |                                      |

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

Кандидат технических наук, заведующий кафедрой

Ремизова И.В.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой прикладной математики и информатики

Ремизова И.В.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

Ремизова И.В.

Методический отдел:

## 1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1 Цель дисциплины:** Сформировать компетенции обучающегося в области подготовки к самостоятельной постановке задач оптимизации, использованию соответствующего математического обеспечения для решения, применения методов оптимизации в практической деятельности и в научных исследованиях.

### 1.2 Задачи дисциплины:

- освоить студентами различных методов решения задач оптимизации и формирование у студентов практических навыков их использования;
- научить применению алгоритмов численных методов и основных инструментальных средств в области методов оптимизации для решения актуальных инженерных и экономических задач;
- получить навыки практической работы по решению оптимизационных задач.

### 1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Алгебра и геометрия

Математический анализ

Теория вероятностей и математическая статистика

Дискретная математика

Численные методы

## 2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Знать:</b> основные алгоритмы и способы применения методов оптимизации; современные способы применения методов оптимизации и круг задач, решаемых в пакетах программ Excel и MathCad.                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Уметь:</b> применять базовые пакеты прикладных программ в области методов оптимизации для решения современных задач профессиональной деятельности; применять современные алгоритмы методов оптимизации для решения прикладных задач профессиональной деятельности.                                                                                                                                                                   |
| <b>Владеть:</b> навыками по математической формулировке практических задач, планированию этапов их решения, выбору оптимальных методов решения, проведению вычислений и обработке результатов вычислений; навыками практической реализации методов оптимизации, организации поиска решений в вышеуказанных пакетах программ, визуализации численных результатов, анализу точности полученных решений и их содержательной интерпретации. |
| <b>ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>Знать:</b> математические модели методов оптимизации, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Уметь:</b> применять и модифицировать математические модели методов оптимизации для решения задач в области профессиональной деятельности.                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>Владеть:</b> навыками применения и модификации математических моделей методов оптимизации для решения задач в области профессиональной деятельности.                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

| Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Семестр<br>(курс для<br>ЗАО) | Контактная<br>работа |               | СР<br>(часы) | Форма<br>текущего<br>контроля |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|----------------------|---------------|--------------|-------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                              | Лек.<br>(часы)       | Пр.<br>(часы) |              |                               |
| Раздел 1. Задачи и методы оптимизации.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 5                            |                      |               |              | О                             |
| Тема 1. Математическая постановка задач оптимизации.<br><br>Классификация методов оптимизации. Анализ экстремумов функций в задачах без ограничений и с ограничениями. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции одной и нескольких независимых переменных. Матрица Гессе. Условия положительной определенности квадратной матрицы. |                              | 2                    | 6             | 16           |                               |
| Тема 2. Анализ экстремумов функций в задачах без ограничений и с ограничениями.<br><br>Исследование технологического процесса по математической модели и выбор оптимального технологического режима. Оптимизационная задача в инженерии                                                                                                                      |                              | 2                    | 6             | 16           |                               |
| Тема 3. Безусловная оптимизация.<br><br>Постановка и классификация задач безусловной оптимизации. Основные определения. Классический метод определения экстремума функции. Одномерная оптимизация.                                                                                                                                                           |                              | 2                    | 7             | 10           |                               |
| Тема 4. Оптимизация функций нескольких переменных.<br><br>Методы прямого поиска. Градиентные методы. Методы второго порядка. Условная оптимизация. Множители Лагранжа. Условия Куна–Таккера. Штрафные функции. Метод последовательной безусловной оптимизации Метод скользящего допуща                                                                       |                              | 2                    | 7             | 14           |                               |
| Тема 5. Линейное программирование.<br><br>Постановка задачи линейного программирования. Математическая модель линейного программирования. Графический метод решения задачи линейного программирования. Симплекс-метод. Порождение начального допустимого базисного решения.                                                                                  |                              | 2                    | 7             | 10           |                               |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |       |    |        |   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|-------|----|--------|---|
| Тема 6. Двойственность в линейном программировании.<br><br>Транспортная задача. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана. Задача об оптимальном распределении ресурсов.                                                                                                   |  | 2     | 4  | 14     |   |
| Раздел 2. Основы вариационного исчисления.                                                                                                                                                                                                                                                     |  |       |    |        |   |
| Тема 7. Простейшие задачи вариационного исчисления.<br><br>Постановка задачи и уравнение Эйлера. Уравнение Эйлера в квадратурах. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления. Вариационные задачи с подвижными границами. Задача с подвижными концами. Задача с подвижными границами. |  | 3     | 8  | 16     | О |
| Тема 8. Вариационные задачи на условный экстремум.<br><br>Прямые методы вариационного исчисления. Метод Ритца. Метод Канторовича. Метод Галёркина.                                                                                                                                             |  | 2     | 6  | 15,75  |   |
| Итого в семестре (на курсе для ЗАО)                                                                                                                                                                                                                                                            |  | 17    | 51 | 111,75 |   |
| Консультации и промежуточная аттестация (Зачет)                                                                                                                                                                                                                                                |  | 0,25  |    |        |   |
| <b>Всего контактная работа и СР по дисциплине</b>                                                                                                                                                                                                                                              |  | 68,25 |    | 111,75 |   |

#### 4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

#### 5. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ, КРИТЕРИЕВ, СИСТЕМЫ И СРЕДСТВ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

##### 5.1 Показатели оценивания

| Код компетенции | Показатели оценивания результатов обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-3           | 1. Имеет представление о принципах постановки задач оптимизации; методике анализа математической модели задачи оптимизации; знает основы теории и методы решения задач оптимизации.<br>2. Демонстрирует применение математического аппарата оптимизации на практических примерах.<br>3. Использует методы разработки математических моделей задач оптимизации и оценивания их корректности, выбора метода и разработки алгоритма решения задачи, практической |
| ОПК-1           | 1. Излагает основные понятия и законы теории оптимизации;<br>2. Демонстрирует на практике как реализовать методы теории оптимизации: формализовать исходную проблему, построить математическую модель, решить модель, проверить адекватность модели и реализовать решение.<br>3. Способен выбирать и использовать при решении задач компьютерные технологии.                                                                                                  |

##### 5.2 Система и критерии оценивания

| Шкала оценивания | Критерии оценивания сформированности компетенций               |                   |
|------------------|----------------------------------------------------------------|-------------------|
|                  | Устное собеседование                                           | Письменная работа |
| Зачтено          | Студент показывает знание фактического материала по программе, |                   |

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|            | в том числе: знание обязательной литературы, современных публикаций по программе курса; студент положительно сдал коллоквиумы; учитываются логика, структура, стиль ответа; культура речи, манера общения; готовность к дискуссии, аргументированность ответа; уровень самостоятельного мышления; умение приложить теорию к практике, решить предложенное практическое задание; отсутствие пропусков занятий по неуважительным причинам |  |
| Не зачтено | Отсутствие знания пройденного материала, плохое знание обязательной литературы; отрицательный результат по прохождению коллоквиумов; студент допускает существенные ошибки при ответе на вопросы преподавателя; невозможность приложить теорию к практике, решить предложенное практическое задание; наличие неуважительных пропусков занятий.                                                                                          |  |

### 5.3 Типовые контрольные задания и/или иные материалы, используемые для оценки результатов обучения

#### 5.3.1 Типовые контрольные вопросы

| № п/п     | Формулировки вопросов                                                                                                                                        |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Семестр 5 |                                                                                                                                                              |
| 1         | Необходимое и достаточные условия существования экстремума функции одной и нескольких независимых переменных. Матрица Гессе.                                 |
| 2         | Необходимые условия оптимальности в задаче с ограничениями. Функция Лагранжа. Квадратичная форма по правилу Сильвестра.                                      |
| 3         | Задачи линейного программирования (ЛП). Характерные черты задач ЛП.                                                                                          |
| 4         | Методика решения задач ЛП графическим методом.                                                                                                               |
| 5         | Симплексный метод решения задач линейного программирования                                                                                                   |
| 6         | Алгоритм поиска опорного решения для симплексного метода решения задач линейного программирования.                                                           |
| 7         | Алгоритм поиска оптимального решения для симплексного метода решения задач линейного программирования.                                                       |
| 8         | Транспортная задача (ТЗ). Математическая постановка и алгоритм решения транспортной задачи.                                                                  |
| 9         | Методы безусловной одномерной оптимизации. Постановка задачи. Необходимые и достаточные условия экстремума.                                                  |
| 10        | Унимодальные функции. Теорема.                                                                                                                               |
| 11        | Методы точечного оценивания. Метод квадратичной аппроксимации.                                                                                               |
| 12        | Методы точечного оценивания. Метод Пауэлла.                                                                                                                  |
| 13        | Методы точечного оценивания. Метод половинного деления.                                                                                                      |
| 14        | Методы точечного оценивания. Метод Фибоначчи.                                                                                                                |
| 15        | Условная оптимизация. Множители Лагранжа.                                                                                                                    |
| 16        | Оптимизация функций нескольких переменных. Метод прямого поиска.                                                                                             |
| 17        | Оптимизация функций нескольких переменных. Метод покоординатного спуска.                                                                                     |
| 18        | Поиск минимума функции нескольких независимых переменных методом покоординатного спуска.                                                                     |
| 19        | Методы безусловной оптимизации функций нескольких переменных с использованием производных. Метод градиентного спуска. Алгоритм метода градиентного спуска.   |
| 20        | Методы безусловной оптимизации функций нескольких переменных с использованием производных. Метод наискорейшего спуска. Алгоритм метода наискорейшего спуска. |
| 21        | Понятие функционала и вариации функции.                                                                                                                      |
| 22        | Постановка вариационной задачи с закрепленными концами.                                                                                                      |
| 23        | Теорема. Необходимое условие локального экстремума функционала.                                                                                              |
| 24        | Уравнение Эйлера. Формулировка простейшей задачи вариационного исчисления.                                                                                   |

|    |                                                                                          |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 25 | Лемма Дюбуа-Реймона.                                                                     |
| 26 | Уравнение Эйлера в квадратурах. Случаи интегрирования в квадратурах.                     |
| 27 | Функционалы от нескольких переменных. Необходимые условия экстремума таких функционалов. |
| 28 | Терема об экстремальных функционала от нескольких переменных.                            |
| 29 | Уравнение Эйлера-Пуассона                                                                |
| 30 | Функционалы от функций многих переменных. Уравнение Остроградского.                      |
| 31 | Задача с подвижными концами.                                                             |
| 32 | Задачи на условный экстремум. Задача Лагранжа                                            |
| 33 | Прямые методы решения вариационных задач. Метод Ритца.                                   |
| 34 | Прямые методы решения вариационных задач. Метод Канторовича.                             |
| 35 | Прямые методы решения вариационных задач. Метод Галёркина.                               |

### 5.3.2 Типовые тестовые задания

Не предусмотрено.

### 5.3.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

1. Решить задачу аналитической градуировки датчика для критерия оптимальности, рассчитав коэффициенты градуировочной зависимости по экспериментальным данным.

Построить график теоретической зависимости для критерия F.

№ опыта 1 2 3 4 5

m, mA 0 5 8 14 18

Y, % 2 2.5 2.8 3.2 3.5

2. Необходимо исследовать функцию на экстремум.

$$z=2x^3 - x^2y + 5x^2 - y^2$$

## 5.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

### 5.4.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

### 5.4.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная ☐ + Письменная ☐ Компьютерное тестирование ☐ Иная ☐

### 5.4.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- Возможность пользоваться справочными таблицами, калькулятором;
- Время на подготовку ответа 25 минут;
- Аттестация проводится в компьютерном классе.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1 Учебная литература

| Автор                                    | Заглавие                                          | Издательство              | Год издания | Ссылка                                                                                                                        |
|------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>6.1.1 Основная учебная литература</b> |                                                   |                           |             |                                                                                                                               |
| Потихонова В. В.                         | Исследование операций и методы оптимизации        | Санкт-Петербург: СПбГУПТД | 2021        | <a href="http://publish.sutd.ru/tp_ext_inf_publish.php?id=202124">http://publish.sutd.ru/tp_ext_inf_publish.php?id=202124</a> |
| Ахмадиев, Ф. Г.,<br>Гильфанов, Р. М.     | Математическое моделирование и методы оптимизации | Москва: Ай Пи Ар Медиа    | 2022        | <a href="https://www.iprbooks.hop.ru/116448.html">https://www.iprbooks.hop.ru/116448.html</a>                                 |

|             |                                   |                                                                                                                                                             |      |                                                                                                                                     |
|-------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| В. А. Липин | методы оптимизации: учеб. пособие | М- во науки и высшего образования РФ, С.- Петерб. гос. ун-т пром. технологий и дизайна, Высш. шк. технологии и энергетики. - Санкт-Петербург: ВШТЭ СПбГУПТД | 2022 | <a href="http://nizrp.narod.ru/metod/kaffizikollchem/1661991100.pdf">http://nizrp.narod.ru/metod/kaffizikollchem/1661991100.pdf</a> |
|-------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

#### 6.1.2 Дополнительная учебная литература

|                                                    |                                                                                                 |                                                                                                    |      |                                                                                             |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| Гайлит, Е. В.                                      | Исследование операций и методы оптимизации. Элементы выпуклого и динамического программирования | Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна | 2020 | <a href="https://www.iprbookshop.ru/118382.html">https://www.iprbookshop.ru/118382.html</a> |
| Олейникова, С. А.                                  | Численные методы решения оптимизационных задач                                                  | Воронеж: Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ                              | 2021 | <a href="https://www.iprbookshop.ru/118626.html">https://www.iprbookshop.ru/118626.html</a> |
| Олейникова, С. А., Сергеева, Т. И., Сергеев, М. Ю. | Численные методы оптимизации                                                                    | Воронеж: Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ                              | 2021 | <a href="https://www.iprbookshop.ru/118625.html">https://www.iprbookshop.ru/118625.html</a> |
| Алексеев, Г. В., Холявин, И. И.                    | Численное экономико-математическое моделирование и оптимизация                                  | Саратов: Вузовское образование                                                                     | 2019 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/79692.html">http://www.iprbookshop.ru/79692.html</a>     |
| Аттетков, А. В., Зарубин, В. С., Канатников, А. Н. | Методы оптимизации                                                                              | Саратов: Вузовское образование                                                                     | 2018 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/77664.html">http://www.iprbookshop.ru/77664.html</a>     |
| Палинчук, Н. Ф.                                    | Методы оптимизации                                                                              | Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ                                  | 2017 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/74404.html">http://www.iprbookshop.ru/74404.html</a>     |
| Мицель, А. А., Шелестов, А. А., Романенко, В. В.   | Методы оптимизации                                                                              | Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники                    | 2017 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/72127.html">http://www.iprbookshop.ru/72127.html</a>     |
| Ахмадиев, Ф. Г., Гильфанов, Р. М.                  | Математическое моделирование и методы оптимизации                                               | Казань: Казанский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ                   | 2017 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/73309.html">http://www.iprbookshop.ru/73309.html</a>     |

#### 6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>  
 Электронная библиотека ВШТЭ СПб ГУПТД [Электронный ресурс]. URL: <http://nizrp.narod.ru>  
 Электронно-библиотечная система «Айбукс» [Электронный ресурс]. URL: <https://www.ibooks.ru/>

#### 6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

Microsoft Windows 8  
 Microsoft Office Professional 2013  
 PTC Mathcad 15

#### 6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

|           |           |
|-----------|-----------|
| Аудитория | Оснащение |
|-----------|-----------|

|                      |                                                                                                                                                                         |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекционная аудитория | Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска                                                                                                           |
| Компьютерный класс   | Мультимедийное оборудование, компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду |