

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ВШТЭ



## Рабочая программа дисциплины

**Б1.О.29**

Уравнения математической физики

Учебный план:

ФГОС3++b010302-1\_19-14.plx

Кафедра:

**4**

Высшей математики

Направление подготовки:  
(специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки:  
(специализация)

Прикладная математика и информатика

Уровень образования:

бакалавриат

Форма обучения:

очная

### План учебного процесса

| Семестр<br>(курс для ЗАО) |     | Контактная работа<br>обучающихся |                   | Сам.<br>работа | Контроль,<br>час. | Трудоём-<br>кость,<br>ЗЕТ | Форма<br>промежуточной<br>аттестации |
|---------------------------|-----|----------------------------------|-------------------|----------------|-------------------|---------------------------|--------------------------------------|
|                           |     | Лекции                           | Практ.<br>занятия |                |                   |                           |                                      |
| 5                         | УП  | 34                               | 51                | 59             | 36                | 5                         | Экзамен                              |
|                           | РПД | 34                               | 51                | 59             | 36                | 5                         |                                      |
| Итого                     | УП  | 34                               | 51                | 59             | 36                | 5                         |                                      |
|                           | РПД | 34                               | 51                | 59             | 36                | 5                         |                                      |

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

Кандидат физ-мат. наук, доцент

\_\_\_\_\_

Юдовин М.Э.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой высшей математики

\_\_\_\_\_

Иванов Б.Ф.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

Яковлев В.П.

Методический отдел:

\_\_\_\_\_

## 1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1 Цель дисциплины:** закладка математического фундамента как средства изучения окружающего мира для успешного освоения дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

### 1.2 Задачи дисциплины:

- привитие и развитие математического мышления,
- воспитание достаточно высокой математической культуры,
- освоение обучаемыми математических методов и основ математического моделирования.

### 1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Дифференциальные уравнения

Численные методы

Математический анализ

## 2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

|                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b> |
| <b>Знать:</b> базовые теоретические положения в области уравнений математической физики.                                                                                  |
| <b>Уметь:</b> - использовать базовые теоретические положения дисциплины «Уравнения математической физики» в профессиональной деятельности.                                |
| <b>Владеть:</b> – навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области уравнений математической физики.           |
| <b>ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</b>                                         |
| <b>Знать:</b> - математические модели математической физики, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности.                                      |
| <b>Уметь:</b> - применять и модифицировать математические модели математической физики для решения задач в области профессиональной деятельности.                         |
| <b>Владеть:</b> – навыками применения и модификации математических моделей математической физики для решения задач в области профессиональной деятельности                |

### 3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

| Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий                                                                                                                                                   | Семестр<br>(курс для ЗАО) | Контактная работа |               | СР<br>(часы) | Инновац.<br>формы<br>занятий | Форма<br>текущего<br>контроля |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-------------------|---------------|--------------|------------------------------|-------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                             |                           | Лек.<br>(часы)    | Пр.<br>(часы) |              |                              |                               |
| Раздел 1. Нестационарные задачи                                                                                                                                                                             | 5                         |                   |               |              |                              | РГР                           |
| Тема 1. Волновое уравнение. Начально-краевая задача для волнового уравнения. Формула Римана. Принцип Дюамеля. Область зависимости. Скорость распространения волны. Энергетическое неравенство. Метод Фурье. |                           | 6                 | 10            | 10           | ИЛ                           |                               |
| Тема 2. Уравнение теплопроводности. Начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. Решение в полуплоскости. Принцип максимума. Метод Фурье. Гладкость решения. Принцип максимума.                  |                           | 6                 | 8             | 10           | ИЛ                           |                               |
| Раздел 2. Стационарные задачи                                                                                                                                                                               |                           |                   |               |              |                              | О                             |
| Тема 3. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Формулы Грина. Гармонические функции и их свойства. Интегральное представление гармонической функции. Принцип максимума.                           |                           | 6                 | 10            | 10           | ИЛ                           |                               |
| Тема 4. Спектр краевой задачи. Самосопряженный оператор. Собственные числа и собственные функции: существование, свойства, асимптотика.                                                                     |                           | 6                 | 8             | 10           | ИЛ                           |                               |
| Раздел 3. Метод конечных разностей                                                                                                                                                                          |                           |                   |               |              |                              | РГР,О                         |
| Тема 5. Разностная схема. Метод Эйлера решения задачи Коши. Явные и неявные разностные схемы. Аппроксимация, устойчивость и сходимость.                                                                     |                           | 6                 | 8             | 10           | ИЛ                           |                               |
| Тема 6. Метод сеток для уравнения Штурма-Лиувилля. Постановка краевой задачи. Метод прогонки. Аппроксимация, устойчивость и сходимость метода прогонки.                                                     |                           | 4                 | 7             | 9            | ИЛ                           |                               |
| Итого в семестре (на курсе для ЗАО)                                                                                                                                                                         |                           | 34                | 51            | 59           |                              |                               |
| Консультации и промежуточная аттестация (Экзамен)                                                                                                                                                           |                           | 2,5               |               | 33,5         |                              |                               |
| <b>Всего контактная работа и СР по дисциплине</b>                                                                                                                                                           |                           | 87,5              |               | 92,5         |                              |                               |

### 4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

### 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

#### 5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

##### 5.1.1 Показатели оценивания

| Код компетенции | Показатели оценивания результатов обучения | Наименование оценочного средства |
|-----------------|--------------------------------------------|----------------------------------|
|-----------------|--------------------------------------------|----------------------------------|

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                     |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 | Демонстрирует знания базовых теоретических положений в области уравнений математической физики.<br>Использует базовые теоретические положения дисциплины «Уравнения математической физики» в профессиональной деятельности.<br>Обладает навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области уравнений математической физики.                                        | Вопросы устного собеседования.<br>Практико-ориентированные задания. |
| ОПК-3 | Обучен знаниям математических моделей математической физики, используемых для решения задач в области профессиональной деятельности.<br>Применяет и модифицирует математические модели математической физики для решения задач в области профессиональной деятельности.<br>Обладает навыками применения и модификации математических моделей математической физики для решения задач в области профессиональной деятельности | Вопросы устного собеседования.<br>Практико-ориентированные задания. |

### 5.1.2 Система и критерии оценивания

| Шкала оценивания        | Критерии оценивания сформированности компетенций                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                         | Устное собеседование                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Письменная работа                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 5 (отлично)             | Обучающийся показывает всестороннее и глубокое знание основ теории уравнений математической физики, свободно ориентируется в основных понятиях, терминах и определениях при ответе; усвоил основную и знаком с дополнительной литературой; проявляет творческие способности и широкую эрудицию в использовании учебного материала.                                                                                                                       | Обучающийся демонстрирует правильное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения, Умеет применять математический аппарат для реализации плана решения задачи и, если это необходимо, может представить его графически. Получил правильный ответ и может его интерпретировать. |
| 4 (хорошо)              | Обучающийся показывает достаточный уровень знаний основ теории уравнений математической физики, ориентируется в основных понятиях и определениях; усвоил основную литературу; допускает незначительные погрешности при ответах на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы преподавателя.                                                                                                                                                | Обучающийся демонстрирует достаточное понимание условия задачи, владение навыками его анализа, выбора нужных законов и формул для ее решения, допускает незначительные погрешности при применении математического аппарата для реализации плана решения задачи Получил правильный ответ, но испытывает затруднения с его интерпретацией. |
| 3 (удовлетворительно)   | Обучающийся показывает знания учебного материала в минимальном объеме; может сформулировать основные теоремы и определения, но при этом, допуская большое количество не принципиальных ошибок; знаком с основной литературой; допускает существенные ошибки в ответе на экзамене, но может устранить их под руководством преподавателя.                                                                                                                  | Обучающийся вникает в смысл условия задачи, понимает план ее решения, однако, не может в полной мере с помощью математического аппарата реализовать ее решение, может сделать рисунок или схему, поясняющую решение задачи.                                                                                                              |
| 2 (неудовлетворительно) | Обучающийся не имеет достаточного уровня знания дисциплины; не может сформулировать основные теоремы и определения, плохо ориентируется в основных понятиях и определениях; плохо знаком с основной литературой; допускает при ответе на экзамене существенные ошибки и не может устранить их даже под руководством преподавателя.<br>Попытка списывания, использования неразрешенных технических устройств или пользование подсказкой другого человека. | Обучающийся не может проанализировать условие задачи, наметить план ее решения, не владеет математическим аппаратом. Представление чужой работы, отказ от выполнения задания                                                                                                                                                             |

## 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

### 5.2.1 Перечень контрольных вопросов

| № п/п     | Формулировки вопросов                                   |
|-----------|---------------------------------------------------------|
| Семестр 5 |                                                         |
| 1         | Метод Фурье решения начально-краевой задачи.            |
| 2         | Принцип Дюамеля.                                        |
| 3         | Энергетическое неравенство.                             |
| 4         | Начально-краевая задача для волнового уравнения.        |
| 5         | Задача Коши для бесконечной струны. Формула Римана.     |
| 6         | Волновое уравнение. Решения типа плоской волны.         |
| 7         | Гладкость решения.                                      |
| 8         | Метод Фурье решения начально-краевой задачи.            |
| 9         | Принцип максимума для уравнения теплопроводности.       |
| 10        | Начально-краевая задача для уравнения теплопроводности. |
| 11        | Решение задачи Коши в полуплоскости.                    |
| 12        | Тепловые потенциалы для уравнения теплопроводности      |
| 13        | Краевая задача для уравнения Пуассона в круге.          |
| 14        | Принцип максимума для гармонических функций.            |
| 15        | Интегральное представление гармонической функции.       |
| 16        | Гармонические функции и их свойства.                    |
| 17        | Формулы Грина для оператора Лапласа.                    |
| 18        | Асимптотика собственных чисел.                          |
| 19        | Собственные числа и собственные функции краевой задачи. |
| 20        | Самосопряженный оператор краевой задачи.                |
| 21        | Объемный потенциал.                                     |
| 22        | Сведение краевой задачи к интегральному уравнению       |
| 23        | Потенциал двойного слоя.                                |
| 24        | Потенциал простого слоя.                                |
| 25        | Аппроксимация, устойчивость и сходимость.               |
| 26        | Явные и неявные разностные схемы.                       |
| 27        | Метод Эйлера решения задачи Коши.                       |

### 5.2.2 Типовые тестовые задания

Не предусмотрено.

### 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы) находятся в приложении к данной РГД.

## 5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

### 5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

### 5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная

☒

Письменная

☒

Компьютерное тестирование

☐

Иная

☐

### 5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

- Возможность пользоваться справочными таблицами;
- Время на подготовку ответа по билету 45

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## 6.1 Учебная литература

| Автор                                               | Заглавие                                                                                                                                                                            | Издательство                                                               | Год издания | Ссылка                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>6.1.1 Основная учебная литература</b>            |                                                                                                                                                                                     |                                                                            |             |                                                                                                               |
| Дзержинский Р. И.,<br>Логинов В. А.                 | Уравнения<br>математической физики                                                                                                                                                  | Москва: Московская<br>государственная<br>академия водного<br>транспорта    | 2015        | <a href="http://www.iprbookshop.ru/46875.html">http://www.iprbookshop.ru/46875.html</a>                       |
| Пичугин Б. Ю.,<br>Пичугина А. Н.                    | Уравнения<br>математической физики                                                                                                                                                  | Омск: Омский<br>государственный<br>университет им. Ф.М.<br>Достоевского    | 2016        | <a href="http://www.iprbookshop.ru/59669.html">http://www.iprbookshop.ru/59669.html</a>                       |
| <b>6.1.2 Дополнительная учебная литература</b>      |                                                                                                                                                                                     |                                                                            |             |                                                                                                               |
| О.Е. Куляхтина [и др.]                              | Уравнения<br>математической физики<br>[Текст]: методические<br>указания для студентов<br>вечернего и заочного<br>отделений                                                          | М-во образования и<br>науки РФ, СПбГТУРП. –<br>СПб.: СПбГТУРП              | 2014        | <a href="http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/4.pdf">http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/4.pdf</a> |
| Т.А. Забавникова,<br>Н.Ю. Косовская, И.Ю.<br>Малова | Линейная алгебра [Текст]:<br>методические указания по<br>выполнению расчетно-<br>графической работы и<br>индивидуальные задания<br>для студентов очной<br>формы обучения. I семестр | М-во образования и<br>науки РФ, ВШТЭ<br>СПбГУПТД. – СПб.:<br>ВШТЭ СПбГУПТД | 2016        | <a href="http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/7.pdf">http://www.nizrp.narod.ru/metod/kafvysmat/7.pdf</a> |

## 6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

### 6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

Microsoft Windows 8

Microsoft Office Professional 2013

PTC Mathcad 15

### 6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Аудитория            | Оснащение                                                     |
|----------------------|---------------------------------------------------------------|
| Лекционная аудитория | Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска |
| Учебная аудитория    | Специализированная мебель, доска                              |

## Приложение

рабочей программы дисциплины Уравнения математической физики

наименование дисциплины

по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

наименование ОП (профиля): Прикладная математика и информатика

## 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

| № п/п     | Условия типовых практико-ориентированных заданий (задач, кейсов)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Семестр 5 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 1         | <p><math>u(x, y)</math> - гармоническая функция в круге <math>x^2 + y^2 &lt; 1</math>, а на границе круга <math>u(x, y) = x</math>. Пусть <math>(x_0; y_0)</math> некоторая точка внутри круга. Какое из следующих равенств невозможно?</p> <p>1) <math>u(x_0; y_0) = 0</math> 2) <math>u(x_0; y_0) = 0,5</math> 3) <math>u(x_0; y_0) = -0,5</math> 4) <math>u(x_0; y_0) = 1,5</math></p> |
| 2         | <p><math>u_1(x, y)</math>, <math>u_2(x, y)</math> - решения уравнения <math>u_{xx} + u_{yy} = f</math> в области <math>\Omega</math>. Известно, что <math>u_1(x, y) _{\Gamma} \geq u_2(x, y) _{\Gamma}</math>, где <math>\Gamma</math> – граница <math>\Omega</math>. Верно ли это неравенство внутри <math>\Omega</math>?</p>                                                            |
| 3         | <p><math>u_1(x, y)</math>, <math>u_2(x, y)</math> - решения уравнения <math>u_{xx} - u_{yy} = f(x, y)</math> в области <math>\Omega</math>. Известно, что, <math>u_1 \leq u_2</math> на всей границе области <math>\Omega</math>. Следует ли отсюда, что это неравенство верно и внутри <math>\Omega</math>?</p>                                                                          |
| 4         | <p><math>u_{tt} - 4u_{xx} = 0</math>, <math>t &gt; 0</math>, <math>-\infty &lt; x &lt; +\infty</math></p> <p><math>u(x, 0) \equiv 0</math>, <math>u_t(x, 0) = \begin{cases} 1, &amp; x \in (0; 2) \\ 0, &amp; x \notin (0; 2) \end{cases}</math> Вычислить <math>u(3, 1)</math></p>                                                                                                       |
| 5         | <p>Бесконечная струна имеет в начальный момент форму</p> <p><math>u(x, 0) = \begin{cases} \sqrt{1 -  x }, &amp;  x  \leq 1 \\ 0, &amp;  x  &gt; 1 \end{cases}</math>. Начальная скорость равна нулю. Уравнение струны <math>u_{tt} - 2u_{xx} = 0</math>. Найти полную энергию струны при <math>t = 360</math>.</p>                                                                        |
| 6         | <p>Чему равна скорость распространения плоской волны для уравнения <math>3u_{tt} - u_{xx} = 0</math>?</p> <p>1) 1      2) 3      3) 1/3      4) <math>1/\sqrt{3}</math></p>                                                                                                                                                                                                               |
| 7         | <p>Какому условию должны удовлетворять коэффициенты уравнения <math>Au_{tt} + 2Bu_{xt} + Cu_{xx} = 0</math>, чтобы оно имело решения типа плоской волны?</p>                                                                                                                                                                                                                              |
| 8         | <p>Два физических процесса описываются уравнениями</p> <p>1) <math>u_{tt} - u_{xx} = 0</math> и 2) <math>u_t - u_{xx} = 0</math> соответственно. В каком из них оба направления хода времени <math>t</math> равноправны?</p>                                                                                                                                                              |
| 9         | <p>Имеет ли решение задача <math>\Delta u = 0</math>, <math>(x, y, z) \in \Omega</math>, <math>\frac{\partial u}{\partial n}\bigg _{\partial\Omega} = 1</math>?</p>                                                                                                                                                                                                                       |
| 10        | <p><math>u(x, t)</math> – решение уравнения <math>u_t = u_{xx}</math>, <math>0 &lt; x &lt; 2</math>, <math>0 &lt; t &lt; +\infty</math>, удовлетворяющее условиям <math>u(0, t) = u(2, t) = 0</math>, <math>u(x, 0) = 2x - x^2</math></p> <p>Может ли при этом быть, что <math>u(1, 1) = 2</math>?</p>                                                                                    |