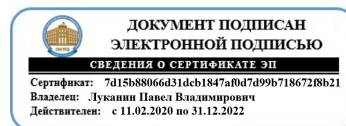


УТВЕРЖДАЮ  
Директор ВШТЭ



## Рабочая программа дисциплины

**Б1.О.40**

Математические методы в теории массового обслуживания

Учебный план:

ФГОС3++b010302-1\_19-14.plx

Кафедра:

**16**

Прикладной математики и информатики

Направление подготовки:  
(специальность)

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки:  
(специализация)

Прикладная математика и информатика

Уровень образования:

бакалавриат

Форма обучения:

очная

### План учебного процесса

| Семестр<br>(курс для ЗАО) |     | Контактная работа обучающихся |                | Сам. работа | Контроль, час. | Трудоёмкость, ЗЕТ | Форма промежуточной аттестации |
|---------------------------|-----|-------------------------------|----------------|-------------|----------------|-------------------|--------------------------------|
|                           |     | Лекции                        | Практ. занятия |             |                |                   |                                |
| 7                         | УП  | 17                            | 34             | 56,75       | 0,25           | 3                 | Зачет                          |
|                           | РПД | 17                            | 34             | 56,75       | 0,25           | 3                 |                                |
| Итого                     | УП  | 17                            | 34             | 56,75       | 0,25           | 3                 |                                |
|                           | РПД | 17                            | 34             | 56,75       | 0,25           | 3                 |                                |

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 г. № 9

Составитель (и):

Кандидат технических наук, доцент

\_\_\_\_\_

Тихов С.В.

От кафедры составителя:

Заведующий кафедрой прикладной математики и информатики

\_\_\_\_\_

Яковлев В.П.

От выпускающей кафедры:

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

Яковлев В.П.

Методический отдел:

\_\_\_\_\_

## 1 ВВЕДЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1 Цель дисциплины:** Сформировать компетенции обучаемых в области теоретико-вероятностного подхода к изучению вычислительных систем, к оценке и определению их быстродействия и надежности.

**1.2 Задачи дисциплины:**

- формирование системного подхода к исследованию систем массового обслуживания;
- изучение математических методов исследования систем массового обслуживания;
- формирование навыков построения математических моделей и оптимизации систем массового обслуживания различных типов.

**1.3 Требования к предварительной подготовке обучающегося:**

Предварительная подготовка предполагает создание основы для формирования компетенций, указанных в п. 2, при изучении дисциплин:

Компьютерное моделирование

Производственная практика (технологическая (проектно-технологическая) практика)

Офисные технологии

Базы данных

## 2 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

|                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</b> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Знать:</b> математические модели математических методов в теории массового обслуживания, используемые для решения задач в области профессиональной деятельности. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Уметь:</b> применять и модифицировать математические модели математических методов в теории массового обслуживания для решения задач в области профессиональной деятельности. |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Владеть:</b> навыками применения и модификации математических моделей математических методов в теории массового обслуживания для решения задач в области профессиональной деятельности |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Знать:</b> базовые теоретические положения в области математических методов в теории массового обслуживания |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Уметь:</b> использовать базовые теоретические положения дисциплины «Математические методы в теории массового обслуживания» в профессиональной деятельности |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Владеть:</b> навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических методов в теории массового обслуживания. |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 3 РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

| Наименование и содержание разделов, тем и учебных занятий                                                                                                                                                                                                                             | Семестр<br>(курс для ЗАО) | Контактная работа |               | СР<br>(часы) | Инновац.<br>формы<br>занятий | Форма<br>текущего<br>контроля |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-------------------|---------------|--------------|------------------------------|-------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                           | Лек.<br>(часы)    | Пр.<br>(часы) |              |                              |                               |
| Раздел 1. Теория потоков событий                                                                                                                                                                                                                                                      | 7                         |                   |               |              |                              | О                             |
| Тема 1. Понятие простейшего потока событий.<br><br>Поток событий. Простейший поток и его свойства: стационарность, ординарность, отсутствие последствия.                                                                                                                              |                           | 2                 | 2             | 8            |                              |                               |
| Тема 2. Нестационарные потоки событий.<br><br>Потоки событий, не являющиеся простейшими: нестационарный пуассоновский поток, потоки Эрланга; регулярный поток; поток Пальма. Предельная теорема для суммарного потока.                                                                |                           | 2                 | 4             | 10           |                              |                               |
| Раздел 2. Цепи Маркова                                                                                                                                                                                                                                                                |                           |                   |               |              |                              | О,Пр                          |
| Тема 3. Случайные процессы.<br><br>Понятие случайного процесса. Цепь Маркова с конечным числом состояний и дискретным временем. Граф состояний. Матрица переходных вероятностей. Стационарное распределение.                                                                          |                           | 2                 | 2             | 7            |                              |                               |
| Тема 4. Марковские процессы.<br><br>Марковские процессы с конечным числом состояний и непрерывным временем. Размеченный граф состояний. Матрица интенсивностей перехода. Система дифференциальных уравнений Колмогорова. Нахождение стационарного распределения.                      |                           | 2                 | 4             | 4            |                              |                               |
| Тема 5. Классификация состояний системы.<br><br>Классификация состояний системы: источники, поглотители, транзитивные и изолированные состояния. Понятие об эргодическом процессе. Теорема Маркова (без доказательства) и ее применение для расчета финальных вероятностей состояний. |                           | 1                 | 2             | 3            |                              |                               |
| Раздел 3. Расчет простейших систем массового обслуживания                                                                                                                                                                                                                             |                           |                   |               |              |                              | О                             |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |   |   |      |  |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---|---|------|--|---|
| <p>Тема 6. Понятие и характеристики систем массового обслуживания.</p> <p>Основные понятия и классификация систем массового обслуживания (СМО): по поведению заявки (с отказами, с очередью, смешанного типа); по характеру источника заявок (открытого и замкнутого типа); по дисциплине ожидания и обслуживания. Параметры и характеристики СМО; параметры входящего потока; параметры структуры СМО. Показатели эффективности СМО. Формула Литтла.</p> |  | 2 | 2 | 8    |  |   |
| <p>Тема 7. Марковские системы массового обслуживания.</p> <p>Многоканальная СМО с отказами (задача Эрланга). Предельное распределение вероятностей состояний. Определение основных характеристик обслуживания. Одноканальная СМО с ограниченной очередью. Многоканальная СМО с ограниченной очередью. Одноканальная СМО с неограниченной очередью. Многоканальная СМО с неограниченной очередью.</p>                                                      |  | 2 | 4 | 6    |  |   |
| <p>Тема 8. Немарковские системы массового обслуживания.</p> <p>Одноканальная СМО с неограниченной очередью, простейшим входящим потоком и произвольным распределением времени обслуживания. Формулы Полячека-Хинчина. Расчет показателей эффективности.</p>                                                                                                                                                                                               |  | 1 | 2 | 3,5  |  |   |
| <p>Раздел 4. Статическое моделирование систем массового обслуживания</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |   |   |      |  |   |
| <p>Тема 9. Понятие о методах статистического моделирования.</p> <p>Метод Монте-Карло. Случайные числа. Разыгрывание дискретной случайной величины. Метод обратных функций для разыгрывания непрерывной случайной величины. Приближенное разыгрывание нормальной случайной величины.</p>                                                                                                                                                                   |  | 1 | 2 | 3,25 |  |   |
| <p>Тема 10. Моделирование случайного потока событий.</p> <p>Моделирование простейшего потока. Моделирование потока с заданным эмпирическим распределением интервалов времени между двумя последовательными событиями в потоке.</p>                                                                                                                                                                                                                        |  | 1 | 2 |      |  | О |
| <p>Тема 11. Моделирование работы систем массового обслуживания.</p> <p>Построение временных диаграмм функционирования СМО. Моделирование СМО с отказами. Моделирование СМО с конечным числом мест в очереди. Моделирование работы СМО с приоритетами. Примеры расчета показателей эффективности работы СМО методом Монте-Карло.</p>                                                                                                                       |  | 1 | 3 | 4    |  |   |

|                                                   |  |       |    |       |  |  |
|---------------------------------------------------|--|-------|----|-------|--|--|
| Итого в семестре (на курсе для ЗАО)               |  | 17    | 29 | 56,75 |  |  |
| Консультации и промежуточная аттестация (Зачет)   |  | 0,25  |    |       |  |  |
| <b>Всего контактная работа и СР по дисциплине</b> |  | 51,25 |    | 56,75 |  |  |

#### 4 КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Курсовое проектирование учебным планом не предусмотрено

### 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

#### 5.1 Описание показателей, критериев и системы оценивания результатов обучения

##### 5.1.1 Показатели оценивания

| Код компетенции | Показатели оценивания результатов обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Наименование оценочного средства                                  |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| ОПК-3           | Имеет представление об основных положениях теории массового обслуживания:<br><br>Использует принципы и методы теории массового обслуживания в проведении профессиональных исследований<br><br>Показывает способность производить эксперименты по заданным методикам с обработкой и анализом их результатов                                                                                                                                                                    | Вопросы устного собеседования<br>Практико-ориентированные задания |
| ОПК-1           | Имеет представление о способах математического описания реальных случайных процессов и их моделировании средствами теории массового обслуживания<br><br>Использует при решении прикладных задач основы Марковской теории и методов статистического моделирования систем массового обслуживания<br><br>Показывает навыки решения задач в профессиональной деятельности с применением средств вычислительной техники и с учетом основных требований информационной безопасности | Вопросы устного собеседования<br>Практико-ориентированные задания |

##### 5.1.2 Система и критерии оценивания

| Шкала оценивания | Критерии оценивания сформированности компетенций                                                                                                        |                   |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
|                  | Устное собеседование                                                                                                                                    | Письменная работа |
| Зачтено          | Обучающийся:<br>• ответил на поставленные вопросы;<br>• выполнил практическое задание и представил результаты; возможно допуская несущественные ошибки. |                   |
| Не зачтено       | Обучающийся:<br>• не выполнил практическое задание;<br>• не ответил на вопросы преподавателя, или допустил существенные ошибки в ответе.                |                   |

#### 5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

##### 5.2.1 Перечень контрольных вопросов

| № п/п     | Формулировки вопросов                                                                                                          |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Семестр 7 |                                                                                                                                |
| 1         | Понятие о системах массового обслуживания.                                                                                     |
| 2         | Простейший поток и его свойства: стационарность, ординарность, отсутствие последствия                                          |
| 3         | Потоки событий, не являющиеся простейшими: нестационарный пуассоновский поток, потоки Эрланга; регулярный поток; поток Пальма. |
| 4         | Предельная теорема для суммарного потока.                                                                                      |

|    |                                                                                                                                                                                                                        |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5  | Основные характеристики функционирования СМО                                                                                                                                                                           |
| 6  | Классификация СМО                                                                                                                                                                                                      |
| 7  | Система $M/M/1/\infty$ : уравнения для вероятностей состояния системы, условие существования стационарного режима, основные характеристики функционирования системы в стационарном режиме, структура выходного потока. |
| 8  | Система $M/M/n/r$ : уравнения для вероятностей состояния системы, основные характеристики функционирования системы в стационарном режиме, структура выходного потока.                                                  |
| 9  | Система $M/M/1/\infty$ с ограниченным временем ожидания: уравнения для вероятностей состояния системы, основные характеристики функционирования системы в стационарном режиме, структура выходного потока.             |
| 10 | Система с конечным числом источников (Энгсета): уравнения для вероятностей состояния системы, основные характеристики функционирования системы в стационарном режиме, структура выходного потока.                      |
| 11 | Система $M/Em/1/\infty$ : построение марковского процесса методом фиктивных фаз, получение стационарных характеристик функционирования.                                                                                |
| 12 | Алгоритмические методы исследования СМО на примере системы $M/Hm/1/r$ .                                                                                                                                                |
| 13 | Метод вложенных цепей Маркова                                                                                                                                                                                          |
| 14 | Исследование системы $M/G/1/\infty$ : определение среднего числа заявок в системе методом вложенной цепи Маркова.                                                                                                      |
| 15 | Метод введения дополнительной переменной.                                                                                                                                                                              |
| 16 | Исследование системы $M/G/1/\infty$ : определение остаточного времени обслуживания методом введения дополнительной переменной.                                                                                         |
| 17 | Примеры немарковских СМО (не менее 3 примеров), их характеристики.                                                                                                                                                     |
| 18 | Определяющие параметры СМО.                                                                                                                                                                                            |
| 19 | Понятие о методах статистического моделирования. Метод Монте-Карло. Случайные числа. Разыгрывание дискретной случайной величины                                                                                        |
| 20 | Метод обратных функций для разыгрывания непрерывной случайной величины. Приближенное разыгрывание нормальной случайной величины.                                                                                       |
| 21 | Моделирование простейшего потока.                                                                                                                                                                                      |
| 22 | Моделирование потока с заданным эмпирическим распределением интервалов времени между двумя последовательными событиями в потоке.                                                                                       |
| 23 | Построение временных диаграмм функционирования СМО.                                                                                                                                                                    |
| 24 | Моделирование СМО с отказами. Моделирование СМО с конечным числом мест в очереди.                                                                                                                                      |
| 25 | Моделирование работы СМО с приоритетами. Примеры расчета показателей эффективности работы СМО методом Монте-Карло.                                                                                                     |

### 5.2.2 Типовые тестовые задания

Не предусмотрено.

### 5.2.3 Типовые практико-ориентированные задания (задачи, кейсы)

1. На диспетчерский пульт поступает поток заявок, который является потоком Эрланга второго порядка. Интенсивность потока заявок равна 6 заявок в час. Если диспетчер в случайный момент оставляет пульт, то при первой же очередной заявке он обязан вернуться к пульту. Найти плотность распределения времени ожидания очередной заявки и построить ее график. Вычислить вероятность того, что диспетчер сможет отсутствовать от 10 до 20 минут.

2. Дисплейный зал имеет 5 дисплеев. Поток пользователей простейший. Среднее число пользователей, посещающих дисплейный зал за сутки, равно 140. Время обработки информации одним пользователем на одном дисплее распределено по показательному закону и составляет в среднем 40 минут. Определить, существует ли стационарный режим работы зала; вероятность того, что пользователь застанет все дисплеи занятыми ( $p^*$ ) и среднее число пользователей в дисплейном зале.

### 5.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, владений (навыков и (или) практического опыта деятельности)

#### 5.3.1 Условия допуска обучающегося к промежуточной аттестации и порядок ликвидации академической задолженности

Проведение промежуточной аттестации регламентировано локальным нормативным актом СПбГУПТД «Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся»

#### 5.3.2 Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Устная

☒

Письменная

Компьютерное тестирование

Иная

#### 5.3.3 Особенности проведения промежуточной аттестации по дисциплине

Зачет проводится в компьютерном классе с выходом в Интернет. Возможность пользоваться справочным материалом. Время на подготовку ответа 15 минут.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1 Учебная литература

| Автор                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Заглавие                                                                                                                      | Издательство                                                         | Год издания | Ссылка                                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>6.1.1 Основная учебная литература</b>                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                               |                                                                      |             |                                                                                         |
| Адамчук А. С.,<br>Амиров С. Р.,<br>Кравцов А. М.                                                                                                                                                                                                                                                                       | Математические методы и модели исследования операций (краткий курс)                                                           | Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет                | 2014        | <a href="http://www.iprbookshop.ru/62954.html">http://www.iprbookshop.ru/62954.html</a> |
| Климов Г. П.                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Теория массового обслуживания                                                                                                 | Москва: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова | 2011        | <a href="http://www.iprbookshop.ru/13316.html">http://www.iprbookshop.ru/13316.html</a> |
| Колемаев В. А.,<br>Гатауллин Т. М.,<br>Заичкин Н. И.,<br>Водянова В. В.,<br>Малыхин В. И.,<br>Бодров А. П., Ершов А. Т.,<br>Карандаев И. С.,<br>Константинова Л. А.,<br>Королев И. В.,<br>Кутернин М. И.,<br>Перегудов С. А.,<br>Прохоров Ю. Г.,<br>Соловьев В. И.,<br>Статкус А. В., Юнисов Х. Х.,<br>Колемаева В. А. | Математические методы и модели исследования операций                                                                          | Москва: ЮНИТИ-ДАНА                                                   | 2017        | <a href="http://www.iprbookshop.ru/83033.html">http://www.iprbookshop.ru/83033.html</a> |
| <b>6.1.2 Дополнительная учебная литература</b>                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                               |                                                                      |             |                                                                                         |
| Ли Р. И.                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Методические указания по выполнению индивидуального задания № 1 по дисциплине «Математические методы оценки надежности машин» | Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ    | 2013        | <a href="http://www.iprbookshop.ru/51426.html">http://www.iprbookshop.ru/51426.html</a> |
| Ли Р. И.                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Методические указания по выполнению индивидуального задания № 2 по дисциплине «Математические методы оценки надежности машин» | Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ    | 2013        | <a href="http://www.iprbookshop.ru/51427.html">http://www.iprbookshop.ru/51427.html</a> |
| Огнева Э. Н.                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Математические методы исследования                                                                                            | Кемерово: Кемеровский государственный институт культуры              | 2012        | <a href="http://www.iprbookshop.ru/22021.html">http://www.iprbookshop.ru/22021.html</a> |

|              |                                    |                                                         |      |                                                                                         |
|--------------|------------------------------------|---------------------------------------------------------|------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| Огнева Э. Н. | Математические методы исследования | Кемерово: Кемеровский государственный институт культуры | 2014 | <a href="http://www.iprbookshop.ru/55238.html">http://www.iprbookshop.ru/55238.html</a> |
|--------------|------------------------------------|---------------------------------------------------------|------|-----------------------------------------------------------------------------------------|

## 6.2 Перечень профессиональных баз данных и информационно-справочных систем

Электронная библиотека ВШТЭ СПб ГУПТД [Электронный ресурс]. URL: <http://nizrp.narod.ru>

Электронно-библиотечная система IPRbooks [Электронный ресурс]. URL: <http://www.iprbookshop.ru/>

## 6.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения

MicrosoftWindows 8

MicrosoftOfficeProfessional 2013

## 6.4 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Аудитория            | Оснащение                                                                                                                                                               |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекционная аудитория | Мультимедийное оборудование, специализированная мебель, доска                                                                                                           |
| Компьютерный класс   | Мультимедийное оборудование, компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду |